

SISÄLLYSLUETTELO

Alkulause	5
Kirjallisuus	12
1 JOHDANTO	13
1.1 Yleistä	13
1.2 Rakenteiden statiikan historiallista taustaa	15
1.3 Rakennetyyppejä	17
1.4 Rakenteen tuennat	22
1.5 Kuormitukset	25
2 SUORA SAUVA ja PALKKI	29
2.1 Suoran sauvan puhdas veto tai puristus	29
2.1.1 Sauvan poikkileikkauksen jännityskenttä	29
2.1.2 Sauvan venymä ja pituuden muutos	31
2.1.3 Epähomogeeninen poikkileikkaus	34
2.1.4 Sauvan lämpöjännitykset	37
2.2 Suoran palkin taivutus	39
2.2.1 Palkin rasitukset	39
2.2.2 Palkin säikeiden venymä ja poikkileikkauksen jännitykset	44
2.2.3 Palkin vino taivutus	49
2.2.4 Epähomogeeninen poikkileikkaus	55
2.2.5 Palkin kimmoviiva	61
2.2.6 Palkin taipumaviiva käyttämällä kärkisulkeisfunktioita	65
2.3 Harjoitustehtäviä	71
3 ISOSTAATTISET RAKENTEET	77
3.1 Yleistä	77
3.2 Taso- ja avaruusristikot	78
3.2.1 Ristikon määrittely	78
3.2.2 Ristikoiden käyttökohteita	79
3.2.3 Ristikon sauvavoimat	81
3.2.4 Ristikon jäykkyys ja isostaattisuus	83
3.2.5 Nivelten tasapainoehtojen menetelmä	85
3.2.6 Leikkausmenetelmä	91
3.2.7 Avaruusristikot	93
3.3 Palkkirakenteet	95
3.3.1 Yleistä	95
3.3.2 Tasokehä	96
3.3.3 Arina	100
3.3.4 Kaaret	101

3.4	Venymätön köysi	105
3.4.1	Yleistä	105
3.4.2	Pistevoimien kuormittama köysi	106
3.4.3	Jatkuvan pystykuormituksen alainen köysi	109
3.5	Harjoitustehtäviä	115
4	TYÖ- JA ENERGIAPERIAATTEET	121
4.1	Yleistä	121
4.2	Palkin kuormitukset ja niiden tekemä työ	122
4.2.1	Palkin kuormitukset	122
4.2.2	Palkin kuormitusten tekemä työ	123
4.2.3	Voiman tekemä virtuaalinen työ	124
4.3	Kimmoenergia	126
4.3.1	Kappaleen pisteen kimmoenergiatiheys	126
4.3.2	Virtuaalinen kimmoenergia	130
4.4	Virtuaalisen työn periaate	133
4.4.1	Sauvan keskeinen veto- puristus	133
4.4.2	Suoran palkin taivutus	136
4.5	Potentiaalenergian minimin periaate	140
4.5.1	Stationaarisuusperiaate	140
4.5.2	<i>CASTIGLIANO</i> n voimalause	143
*4.5.3	<i>RAYLEIGH-RITZ</i> n menetelmä	145
4.6	Komplementtikimmoenergia	153
4.6.1	Komplementtikimmoenergiatiheys	153
4.6.2	Virtuaalinen komplementtikimmoenergiatiheys	157
4.6.3	Palkin virtuaalinen komplementtikimmoenergia	158
4.6.4	Terminen komplementtikimmoenergia	161
4.7	Virtuaalisen komplemennttityön periaate	165
4.7.1	Suoran sauvan veto- puristustehtävä	165
4.7.2	Suoran palkin taivutus	168
4.7.3	Ykkösvoimamenetelmä	172
4.7.4	Voimien vastavuoroisuuslause	177
*4.8	Komplementtipotentiaalienergian minimin periaate	179
4.8.1	Stationaarisuusperiaate	179
4.8.2	<i>CASTIGLIANO</i> n siirtymälause	182
4.9	Yhteenveto	194
4.10	Harjoitustehtäviä	196

5	HYPERSTAATTISET RAKENTEET	193
5.1	Rakenteen hyperstaattisuus	193
5.1.1	Yleistä	193
5.1.2	Hyperstaattisuuden kertaluvin määrittäminen	194
5.1.3	Yksikäsitteisyyslause	196
5.2	Hyperstaattisen rakenteen statiikan ratkaiseminen	197
5.2.1	Rakenteen isostaattinen perusmuoto	197
5.2.2	Joustokertoimien menetelmä	199
5.3	Momentti-siirtymämenetelmä	217
5.3.1	Ratkaisuyhtälöt	217
5.3.2	Kenttäkuormitukset	219
5.3.3	Kolmen momentin yhtälö	220
5.3.4	Esimerkkejä	221
5.4	Siirtymämenetelmä	227
5.4.1	Ratkaisuyhtälöt	227
5.4.2	Kenttäkuormituksia	229
5.4.3	Toisesta päästään niveltuettu palkki	230
5.4.4	Esimerkkejä	232
5.5	CROSSin momentintasausmenetelmä	235
5.6	Harjoitustehtäviä	241
6	RAJAKUORMAMENETELMÄ	247
6.1	Yleistä	247
6.2	Historiallista taustaa	249
6.3	Sauvarakenteen kantokyky	250
6.4	Palkin elasto-plastinen taivutus	253
6.4.1	Poikkileikkauksen plastinen momentti	253
6.4.2	Palkin rajakuormitus. Plastinen nivel	261
6.4.3	Kuormitus-siirtymäyhteys	263
6.4.4	Hyperstaattinen palkki	267
6.5	Yhdistettyjen rasiusten myötöehtoja	269
6.5.1	Normaalivoima ja taivutusmomentti	269
6.5.2	Vetoa kestävä materiaali	275
6.6	Kehärakenteiden rajakuormiteoria	277
6.6.1	Rajakuormituskerroin	277
6.6.2	Rajakuormiteorian peruslauseet	279
6.6.3	Ratkaistuja esimerkkejä	287
6.6.4	Perusmekanismit ja yhdistetyt mekanismit	301
6.7	Harjoitustehtäviä	307

7	PALKKIRAKENTEIDEN ELEMENTTIMENETELMÄ	317
7.1	Johdanto	317
7.1.1	Yleistä	317
7.1.2	Rakenteiden mekaniikan laskentamenetelmät	318
7.1.3	Elementtimenetelmän kehitysvaiheita	319
7.1.4	Palkkirakenteiden elementtimenetelmä	320
7.2	Elementtimenetelmän peruskäsitteitä	321
7.2.1	Sauvaelementti ja ristikkorakenne	321
7.2.2	Sauvaelementin jäykkyysmatriisi	324
7.2.3	Aksiaalisen sauvarakenteen globaali jäykkyysmatriisi	325
7.2.4	Sauvaelementin kenttäkuormitukset	330
7.2.5	Elementtimenetelmän ratkaisuyhtälöt	331
7.2.6	Solmumittausjärjestelmän vaihto	334
7.2.7	Reunaehtoelementti	342
7.2.8	Avaruussauvaelementti	345
7.3	Palkkielementti ja kehärakenne	347
7.3.1	Palkkielementin solmusuureet	347
7.3.2	Kahden vapausasteen palkkielementti	348
7.3.3	Neljän vapausasteen palkkielementti	352
7.3.4	Palkkielementin solmukuormituksia	355
7.3.5	Kuuden vapausasteen palkkielementti	357
7.3.6	Palkkielementin solmumittausjärjestelmän kierto	358
7.3.7	Viiden vapausasteen venymätön palkkielementti	363
7.3.8	Avaruuspalkkielementti	369
7.3.9	Arinaelementti	374
*7.4	Erityiskysymyksiä	379
7.4.1	TIMOSHENKO-palkkielementti	379
7.4.2	Vapausasteiden tiivistäminen	384
7.4.3	Poikkileikkaukseltaan muuttuvia elementtejä	389
7.4.4	Yhtälöryhmän automatisoitu muodostaminen	393
7.5	Harjoitustehtäviä	397

8	PALKKIRAKENTEIDEN STABIILISUUS	405
8.1	Peruskäsitteitä	405
8.2	Palkin puristustaivutus	408
8.3	2. kertaluvun teorian elementtimenetelmä	413
8.3.1	Puristuspalkin jäykkyysmatriisi	413
8.3.2	4-vapausasteen palkkielementti	417
8.3.3	Kehän stabiiliuden määrittäminen	423
8.3.4	Linearisoitu stabiilisuusteoria	426
8.3.5	Ristikkorakenteen stabiilisuus	434
8.4	Harjoitustehtäviä	442
LIITE 1	Matriisilaskennan perusteita	447
1	Peruskäsitteitä	447
2	Matriisialgebran laskutoimituksia	450
3	Matriisin determinantti	453
4	Matriisin käänteismatriisi	455
LIITE 2	Henkilöhakemisto	459
	Asiahakemisto	460